Pauta Álgebra y Funciones V

P1) I)

(i) $x - y = 10$

(ii) $\frac{1}{2}y - \frac{1}{2}x = 5 \quad / \cdot 2$

$\Rightarrow y - x = 10 \quad / \cdot (-1)$

$\Rightarrow x - y = -10$

Pero, (i) dice que $x - y = 10$, entonces se tiene una contradicción! Por lo que este sistema no tiene solución.

II)

(i) $2x - y = 6$

(ii) $-4x + 2y + 12 = 0$

$\Rightarrow -4x + 2y = -12 \quad / \cdot (-1/2)$

$\Rightarrow 2x - y = 6$

Entonces, la ecuación (i) es la misma que la (ii), por lo tanto, se tienen 2 variables y 1 ecuación lineal.

$\Rightarrow$ El sistema tiene infinitas soluciones

III)

(i) $2x - 4y = 3$

(ii) $15x - 6y = -9 \quad / \cdot \frac{1}{3}$

$\Rightarrow 5x - 2y = -3$

Acá ya notamos que las ecuaciones son distintas, por lo que el sistema tiene única solución!

Podemos verificarlo:

$5x - 2y = -3 \quad / \cdot (-2)$

$-10x + 4y = 6 \quad$ (iii)

Sumando (i) + (iii) se obtiene

$-8x = 9 \Rightarrow x = \frac{-9}{8}$ //

Reemplazando en (i), se tiene

$$2 \cdot \left(\frac{-9}{8}\right) - 4y = 3$$

$$\Rightarrow \frac{-9}{4} - 4y = 3$$

$$\Rightarrow 4y = \frac{-9}{4} - 3 = \frac{-9}{4} - \frac{12}{4} = \frac{-21}{4}$$

$$\Rightarrow y = \frac{-21}{16}$$ //

Por lo tanto, la alternativa es A

P2)

(i) $x - 4y = 7$

(ii) $-4y + x = 0 \quad / \cdot (-1)$

$$\Rightarrow x - 4y = 0$$

Lo cual se contradice con (i)

$\Rightarrow$ no tiene solución! E

P3 Tipo 1: \$8 Tipo 2: \$3

Vamos a llamar "x" a la cantidad de dulces tipo 1 que compró y "y" a la cantidad de dulces tipo 2 que compró.

Solo (1):

Podemos plantear las siguientes ecuaciones

(i) $8x + 3y = 575$

(ii) $y = x + 6$

Como se tienen 2 ecuaciones distintas y 2 variables, se puede saber cuantos compró de cada tipo!

Solo (2):

No sabemos nada del total, ni de los dulces del tipo 2

$\Rightarrow$ falta información

A

P4

(i) $mx + ny = 1$

(ii) $-nx - my = 1$

De (i) se obtiene que

$$x = \frac{1 - ny}{m}$$

Reemplazando en (ii), tenemos

$$-n\left[\frac{1-ny}{m}\right] - my = 1$$

$$\Rightarrow -\frac{n}{m} + \frac{n^2 y}{m} - my = 1$$

$$\Rightarrow y\left[\frac{n^2}{m} - m\right] = 1 + \frac{n}{m}$$

$$\Rightarrow y\left[\frac{n^2 - m^2}{\cancel{m}}\right] = \frac{m+n}{\cancel{m}}$$

$$\Rightarrow y\left[(n+m)(n-m)\right] = m+n$$

Entonces, si $n = m$ se obtiene que

$$y(n+m)(n-\cancel{m}) = n+m$$

0

$m = n$

$$\Rightarrow \quad 0 = n+m = n+n = 2n$$

Pero $n \neq 0 \Rightarrow 2n \neq 0$

Luego, hay una contradicción cuando $n = m$ y, así, el sistema no tiene solución

C

P5

$$(i) \quad -y + 2x = 1$$
$$(ii) \quad -y - x = -8 \quad / \cdot 2$$

$$\Rightarrow -2y - 2x = -16 \quad (iii)$$

Luego, se suma $(i) + (iii)$ y se obtiene

$$-3y = -15 \Rightarrow y = 5$$

Reemplazando en (ii), obtenemos:

$$-5 - x = -8 \Rightarrow x = 3$$

$$\Rightarrow x = 3, \; y = 5$$

D

P6)

Hay que reemplazar $x = 1$, $y = 0$ en las ecuaciones y ver qué valores de a, b sirven:

- $0 - 2 = 1 + a$

$$\Rightarrow -2 = a + 1 \Rightarrow a = -3 \; //$$

- $0 + 2 = 5 \cdot 1 - b$

$$\Rightarrow 2 = 5 - b \Rightarrow b = 3 \; //$$

B

P7

Sea P el precio de 1 Kg de peras

L el precio de 1 Kg de limones

U el precio de 1 Kg de uvas.

Se quiere calcular $3P + 3L$

Solo (1):

No se da info de P, por lo que falta información

Solo (2):

No se da info de L, por lo que falta información

Ambas:

(1) $U + L = 1500$

(2) $P = L$

$\Rightarrow U + P = 1500 \quad / \cdot 3$

$\Rightarrow 3(U + P) = 4500 \Rightarrow 3U + 3P = 4500$

C

P8)

Sea C el precio de un chocolate

M el precio de 250 gr de maní

Se pueden plantear las sgtes ecuaciones con la info dada:

(i) $2C + M = 1750$

(ii) $3C + 2M = 2900$

Se despeja M de (i) y se obtiene

$M = 1750 - 2C$

Se reemplaza en (ii)

$\Rightarrow 3C + 2(1750 - 2C) = 2900$

$\Rightarrow 3C + 3500 - 4C = 2900$

$\Rightarrow 3500 - C = 2900$

$\Rightarrow 3500 - 2900 = C$

$\Rightarrow 600 = C$

Reemplazando en (i) se obtiene

$2 \cdot 600 + M = 1750$

$\Rightarrow \quad M = 1750 - 1200$

$\Rightarrow \quad M = 550$

El exceso del precio del chocolate sobre el precio de la bolsa de maní es

$C - M = 600 - 550 = 50$ A

P9

Sea J el precio del juego de mesa

A el precio de la agenda

Se plantean las ecuaciones

(i) $J = 3A$

(ii) $J + A = 5000 - 2A$

$\Rightarrow \quad J + 3A = 5000$ / usando (i)

$\Rightarrow \quad J + J = 5000 \Rightarrow J = 2500$

Luego, nos piden calcular $3A + J$

$$3A + J \underset{J=3A}{=} J + J = 2J = 2 \cdot 2500 = 5000$$

A

P10)

(i) $2x - 7y = 5$

(ii) $3x - 7{,}5 = 10{,}5\,y \quad / \cdot 2$

$\Rightarrow 6x - 15 = 21y$

$\Rightarrow 6x - 21y = 15 \quad / \cdot \frac{1}{3}$

$\Rightarrow 2x - 7y = 5$

Entonces, la ecuación (i) es lo misma que la ecuación (ii).

$\Rightarrow$ el sistema tiene infinitas soluciones ya que hay más ecuaciones lineales que incógnitas.

C

P11

(i) $3x - 8y = 6$

(ii) $24y - 9x = 48 \quad / \cdot \left(-\frac{1}{3}\right)$

$\Rightarrow \quad 3x - 8y = -16$

Lo cual es contradictorio con (i)

$\Rightarrow$ el sistema no tiene solución (E)

P12

(i) $3x - my = -11 \quad / \cdot n$

(ii) $nx - 5y = 2 \quad / \cdot (-3)$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} 3nx - mny &= -11n \\ -3nx + 15y &= -6 \end{aligned}\right\} \text{ sumamos las ecs}$$

$\Rightarrow \quad 15y - mny = -11n - 6$

$\Rightarrow \quad y(15 - mn) = -11n - 6$

Por otro lado

(i) $3x - my = -11 \quad / \cdot 5$

(ii) $nx - 5y = 2 \quad / \cdot (-m)$

$$\Rightarrow \left.\begin{aligned} 15x - 5my &= -55 \\ -mnx + 5my &= -2m \end{aligned}\right\} \text{sumamos}$$

$\Rightarrow \quad 15x - mnx = -2m - 55$

$\Rightarrow \quad x(15 - mn) = -2m - 55$

Luego, se tiene que

$$y(15 - mn) = -11n - 6$$
$$x(15 - mn) = -2m - 55$$

Solo (1): $\quad m = 15$

Notamos que si $n = 2$ el sistema tiene solución, pues podemos pasar dividiendo $15 - mn$, ya que es distinto de 0 solo (2): $n = 1$

Si $m = 1$ el sistema tiene solución por la misma razón anterior

Ambas juntas: $m = 15$, $n = 1$

Con esto tenemos

$$y \cdot 0 = -11 \cdot 1 - 6$$

$$\Rightarrow \quad 0 = -17$$

con lo que el sistema NO tiene solución.

C

P13)

$$L_a = \frac{2L_j}{7}$$

$L_a \rightarrow$ litros de agua

$L_j \rightarrow$ litros de jugo de limón

14 limones $\rightarrow$ 2 litros de jugo

$\Rightarrow$ 7 limones = 1 lt de jugo

45 botellas de 1 lt $\Rightarrow$ 45 lt de limonada

Queremos encontrar la solución al siguiente sistema de ecuaciones:

(i) $L_a + L_j = 45$

Esta se deduce, ya que los litros de agua más los litros de jugo de limón son el total de litros de limonada.

(ii) $L_a = \frac{2L_j}{7}$

se reemplaza L_a en la ecuación (i)

$$\Rightarrow \frac{2Lj}{7} + Lj = 45$$

$$\frac{n}{3} = \frac{5}{m}$$

$$nm = 15$$

$$\Rightarrow Lj\left(\frac{2}{7}+1\right) = 45$$

$$\Rightarrow Lj \cdot \frac{9}{7} = 45 \Rightarrow Lj = \frac{\cancel{45}^{5} \cdot 7}{\cancel{9}} = 35$$

ojo!! Se necesitan 35 lts de jugo de limón y nos piden la cantidad de limones

l = cantidad de limones

$\Rightarrow l = 7Lj$ (ya que 1 litro de jugo = 7 limones

$$\Rightarrow l = 7 \cdot 35 = 245$$

C

P14) Sea

L = número de liebres

A = número de avestruces

Se pueden plantear las siguientes ecuaciones:

$$L + A = 250 \quad (i)$$

$$4L + 2A = 820 \quad (ii)$$

Puesto que las liebres tienen 4 patas, mientras que los avestruces tienen 2 patas.

$\Rightarrow$ Amplificamos (i) por -2

$$-2L - 2A = -500$$

Sumamos con (ii)

$$\Rightarrow 2L = 820 - 500 = 320$$

$$\Rightarrow L = 160$$

D

P15

$B \to$ kgs de betarraga
$T \to$ kgs de tomate
$\Big\}$ antes del ajuste

Entonces,

(i) $3B + 2T = 2880$

(ii) $2(B+100) + 3(T-50) = 2970$

$\Rightarrow 2B + 200 + 3T - 150 = 2970$

$\Rightarrow 2B + 3T = 2920 \quad / \cdot 3$

$\Rightarrow 6B + 9T = 8760 \quad$ (iii)

(i) $3B + 2T = 2880 \quad / \cdot 2$

$6B + 4T = 5760 \quad$ (iv)

Restando las ecuaciones (iii) − (iv) se obtiene

$5T = 8760 - 5760 = 3000$

$\Rightarrow T = 600$

Reemplazando en (i) se tiene:

$3B + 2 \cdot 600 = 2880$

$\Rightarrow \quad 3B + 1200 = 2880$

$\Rightarrow \quad 3B = 1680$

$\Rightarrow \quad B = 560$

Entonces, después del ajuste, el precio es

$B + 100 = 660$ (D)

P16) M = edad de Maite

N = edad de Nico

(i) $M = 4\underbrace{(N-12)}_{\text{Nico hace 12 años}}$

(ii) $\frac{5}{6}M = N+2$

$\Rightarrow \quad M = \frac{6}{5}(N+2)$

Reemplazando en (i) se obtiene

$$\frac{6}{5}(N+2) = 4(N-12)$$

$$\Rightarrow \quad \frac{6}{5}N + \frac{12}{5} = 4N - 48$$

$$\Rightarrow 48 + \frac{12}{5} = N\left(4 - \frac{6}{5}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{48 \cdot 5 + 12}{\cancel{5}} = N\left(\frac{20 - 6}{\cancel{5}}\right)$$

$$\Rightarrow 240 + 12 = 14N$$

$$\Rightarrow N = \frac{252}{14} = 18$$

C

P17 A = edad de Agustín

$$\Rightarrow \underbrace{A - 12}_{\text{hace 12 años}} = \underbrace{\frac{A}{2}}_{\text{mitad de la edad}}$$

$$\Rightarrow 2A - 24 = A \Rightarrow A = 24$$

Nos dicen que en 2 meses, el perro de Agustín cumple $\frac{A}{3} = 8$ años. Entonces, al ser 2 meses, el perro de Agustín debe tener 7 años//

E

P18) Hay que reemplazar $x=5$, $y=7$ y resolver para a, b.

(i) $a \cdot 5 + 35b = 10$

(ii) $a \cdot 5 + 3 \cdot 7 = -b \cdot 5 + 1$

$\Rightarrow 5a + 21 = -5b + 1$

$\Rightarrow 5a + 5b = -20 \quad / \cdot \frac{1}{5}$

$\Rightarrow a + b = -4$

$\Rightarrow a = -4 - b \quad$ (iii)

Reemplazando en (i)

$5(-4-b) + 35b = 10$

$\Rightarrow -20 - 5b + 35b = 10$

$\Rightarrow 30b = 30 \Rightarrow b = 1$

Reemplazando en (iii)

$a = -4 - 1 = -5$

A

P19) Se pueden plantear las siguientes ecuaciones:

(i) $10d + 1u = 1500$ (total dinero)

(ii) $5d = u$

Se reemplaza en (i)

$\Rightarrow 10d + 5d = 1500$

$\Rightarrow 15d = 1500 \Rightarrow d = 100$ (B)

P20)

(i) $-y + 8x = x + 3$

$\Rightarrow 7x - y = 3$

(ii) $-\cancel{x} + y = \cancel{-x} + 3y - 5$

$\Rightarrow 2y = 5 \Rightarrow y = \frac{5}{2}$

Reemplazando en (i)

$7x - \frac{5}{2} = 3 \quad / \cdot 2$

$\Rightarrow 14x = 6 + 5 = 11 \Rightarrow x = \frac{11}{14}$ (D)

P21

(i) $x - 5y = 2$

(ii) $3x - 4y = 7$

Amplificando (i) por 3:

$3x - 15y = 6$ (iii)

Se resta (ii) − (iii)

$-4y - (-15y) = 7 - 6 = 1$

$\Rightarrow 11y = 1 \Rightarrow y = \frac{1}{11}$

Reemplazando en (i)

$x - 5 \cdot \frac{1}{11} = 2$

$\Rightarrow x = 2 + \frac{5}{11} = \frac{22+5}{11} = \frac{27}{11}$

Nos preguntan por 3x

$\Rightarrow 3x = \frac{3 \cdot 27}{11} = \frac{81}{11}$

$81 : 11 = \boxed{7}$
-77
$\boxed{4}$

$\Rightarrow 3x = 7\frac{4}{11}$

E

P22)

Para que tengan infinitas soluciones, las ecuaciones tienen que ser iguales, y para que esto se cumpla, los coeficientes tienen que estar en la misma razón.

$$-mx + ny = p$$
$$nx + (-m)y = -p$$

$$\Rightarrow \frac{-m}{n} = \frac{n}{-m} = \frac{p}{-p} = -1$$

$$\Rightarrow \frac{-m}{n} = -1 \Rightarrow -m = -n \Rightarrow m = n$$

c

P23

(i) $x + 5y = 9$

(ii) $17y - 3x = 13$

Amplificando (i) por 3

(iii) $3x + 15y = 27$

Sumando (iii) + (ii) se obtiene

$$32y = 13 + 27 = 40$$

$$\Rightarrow y = \frac{40}{32} = \frac{5}{4}$$

Reemplazando en (i)

$$x + 5 \cdot \frac{5}{4} = 9 \Rightarrow x = 9 - \frac{25}{4} = \frac{36-25}{4} = \frac{11}{4}$$

Entonces, lo que nos piden

$$5x - 2y = 5 \cdot \frac{11}{4} - 2 \cdot \frac{5}{4} = \frac{55-10}{4} = \frac{45}{4}$$

$$45 : 4 = \boxed{11}$$
$$-4$$
$$\boxed{1}$$

$$\Rightarrow 5x - 2y = 11\tfrac{1}{4}$$

(D)

P24

Sabemos que para que tenga infinitas soluciones, las ecuaciones tienen que ser las mismas, y para que esto suceda, los coeficientes deben estar en la misma razón, es decir

$$\frac{a}{e} = \frac{b}{f} = \frac{c}{d}$$

(B)

P25

(i) $ax - by = c$

(ii) $dx + ey = f$

Solo (1): si $a = d = -b = e = 1$, entonces se cumple que $a : d = -b : e$

si, además, $c = 1$, $f = 2$ se tiene que las ecuaciones quedan

(i) $x + y = 1$

(ii) $x + y = 2$

Por lo que el sistema no tiene solución

$\Rightarrow$ falta info.

Solo (2): $c = f = 0$

Si $a = -b = d = 1$ y $e = 2$

el sistema queda

(i) $x + y = 0$

(ii) $x + 2y = 0$

$\Rightarrow$ restando (ii) $-$(i) se obtiene

$y = 0 \Rightarrow x = 0$

Por lo que $x = 0$, $y = 0$ es la única

solución al sistema

$\Rightarrow$ falta info.

Ambas juntas:

$$a : d = -b : e$$

$\Rightarrow$ Existe $k \in \mathbb{R}$ tal que

$$d = ak \quad , \quad e = -bk$$

Entonces, las ecuaciones quedan

(i) $ax - by = 0 \quad / \cdot k$

(ii) $akx - bky = 0$

$\Rightarrow akx - bky = 0$

Por lo que las ecuaciones son las mismas

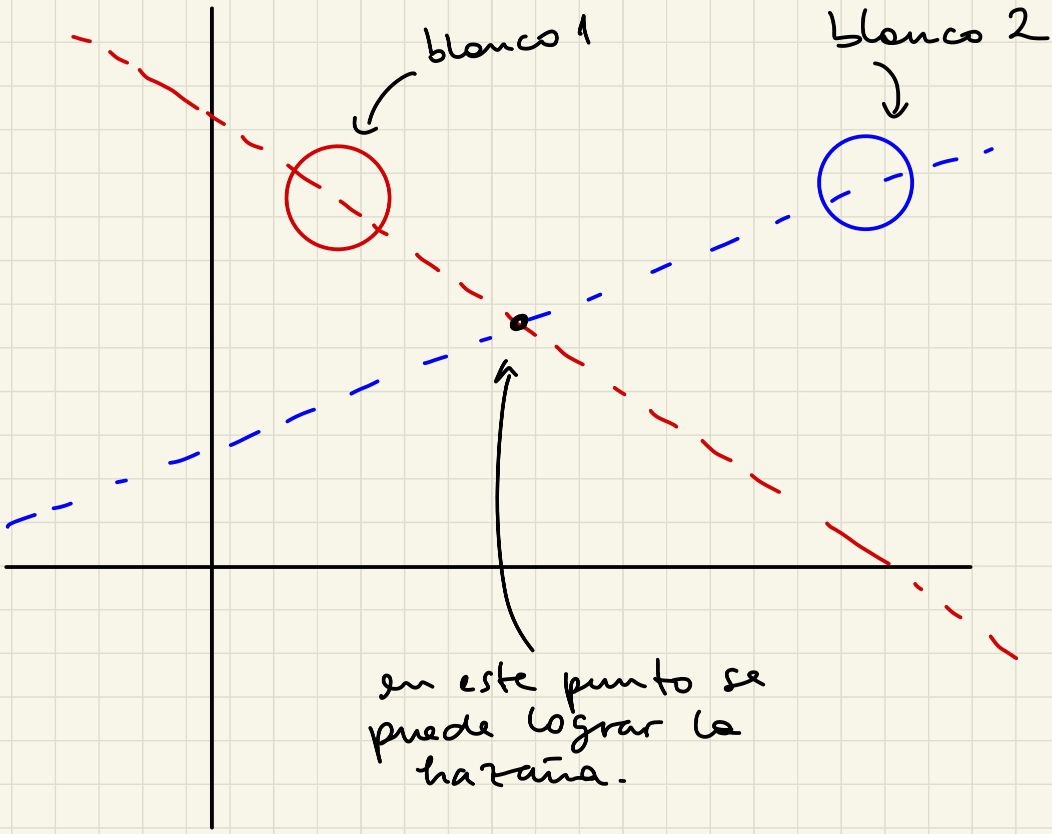
$\Rightarrow$ hay 1 ecuación y 2 incógnitas

$\Rightarrow$ El sistema tiene infinitas soluciones

C

P26)

Las trayectorias de los blancos son rectas en el plano y lo que se busca es que esas rectas se intersecten para poder achuntarle a los blancos en 1 solo tiro:



Para que las trayectorias se crucen, lo único que se pide es que la pendiente no sea la misma (ya que los interceptos son distintos, entonces sabemos que no es la misma recta)

Sea P_1 = pendiente de la primera recta

P_2 = " " " segunda recta

Podemos tener el caso

$P_1 = 2 \qquad P_2 = 8$

ya que $P_1 \cdot P_2 = 16 = 4^2$ (cuadrado perfecto)

$\Rightarrow$ sí se puede lograr la hazaña ya que las trayectoras podrían cruzarse

E

P27)

(i) $2(k-1)x + 5y = 3$

(ii) $kx + 7y = 10 \quad / \cdot 5$

(iii) $5kx + 35y = 50$

Amplificamos (i) por 7 y se obtiene

(iv) $14(k-1)x + 35y = 21$

Restamos (iii) − (iv):

$5kx - 14(k-1)x = 39$

$\Rightarrow x(5k - 14(k-1)) = 39$

Si $5k - 14(k-1) = 0 \Rightarrow$ no hay solución!

$\Rightarrow 5k - 14k + 14 = 0$

$\Rightarrow 9k = 14 \Rightarrow k = \frac{14}{9}$ B

P28

Se plantean las ecuaciones:

(i) $\frac{3n}{2} + m = 240$

(ii) $3n \cdot \underbrace{1{,}25}_{\text{agregar } 25\%} + m - 60 = 360$

$\Rightarrow 3n \cdot \frac{5}{4} + m = 420$

$\Rightarrow \frac{15}{4} n + m = 420$

$\Rightarrow m = 420 - \frac{15}{4} n$

Reemplazando en (i)

$\frac{3n}{2} + 420 - \frac{15}{4} n = 240$

$\Rightarrow 180 = \frac{15n}{4} - \frac{6n}{4} = \frac{9n}{4}$

$\Rightarrow n = \frac{4 \cdot 180}{9} = 4 \cdot 20 = 80$

Reemplazando en (i)

$$\frac{3 \cdot 80}{2} + m = 240$$

$$\Rightarrow 120 + m = 240$$

$$\Rightarrow m = 120$$

Luego, hay $3n = 240$ canicas celestes

y $m = 120$ canicas moradas

$$\Rightarrow m : 3n = 120 : 240 = 1 : 2$$

C

P29

(i) $ax + by = 0$

(ii) $2dx - by = -c - 2$

Para que se tengan infinitas soluciones,

las ecuaciones tienen que ser iguales,

$$\Rightarrow -c-2 = 0 \Rightarrow c = -2$$

y los demás coeficientes tienen que estar

en proporción

$$\frac{a}{2d} = \frac{b}{-b} = -1 \Rightarrow a = -2d$$

Entonces, las condiciones son

$$\boxed{a = -2d, \quad c = -2}$$

(C)

130)

Dejemos primero los números periódicos como fracción

$$0{,}\overline{1} = \frac{1}{9} \qquad 0{,}4\overline{6} = \frac{46-4}{90} = \frac{42}{90} = \frac{21}{45} = \frac{7}{15}$$

Luego,

$$\text{(i)} \quad \frac{1}{9}x + \frac{7}{15}y = 1$$

$$\text{(ii)} \quad x - y = -4$$

Amplificamos (i) por 9:

$$x + \frac{\cancel{9}^{3} \cdot 7}{\cancel{15}_{5}} y = 9 \Rightarrow x + \frac{21}{5} y = 9$$

restamos con (ii)

$$\frac{21}{5}y + y = 9 + 4 = 13$$

$$\Rightarrow y\left(\frac{21}{5} + 1\right) = 13$$

$$\Rightarrow y \cdot \frac{26}{5} = 13$$

$$\Rightarrow y = \frac{13 \cdot 5}{26} = \frac{5}{2}$$

Reemplazando en (ii)

$$x - \frac{5}{2} = -4$$

$$\Rightarrow x = -4 + \frac{5}{2} = \frac{-8+5}{2} = \frac{-3}{2}$$

A