Pauta ÁLGEBRA y FUNCIONES III

P1) Se plantea la ecuación:

$$\underbrace{2a}_{\text{doble de } a} + \underbrace{3\cdot 2}_{\text{triple de } 2} = 10$$

$$\Rightarrow \quad 2a + 6 = 10$$

$$\Rightarrow \quad 2a = 4 \quad \Rightarrow \quad a = 2$$

A

P2) Sea G : edad de Gilberto

$$\underbrace{G - 18}_{\text{hace 18 años}} = 15$$

$$\Rightarrow \quad G = 15 + 18 = 33$$

Por lo tanto, tendrá 50 años en

$$50 - G = 50 - 33 = 17 \text{ años}$$

C

P3

Queremos saber el rendimiento r km/lt, es decir, cuántos kilómetros recorre con 1 lt de bencina.

Solo (1): Y kms $\longrightarrow$ $\$X$

No dicen información de los litros, por lo que no se puede solo con esta info.

Solo (2): 1 lt $\longrightarrow$ $\$Z$

No dicen info acerca de los kilómetros, por lo que no basta con (2).

Ambas juntas:

Y kms $\longrightarrow$ $\$X$ con Y, X conocidos

1 lt $\longrightarrow$ $\$Z$ con Z conocido

Queremos saber cuantos litros son $\$X$.

Entonces, se plantea

1 lt $\longrightarrow$ $\$Z$

L lt $\longrightarrow$ $\$X$

$$\Rightarrow L = \frac{X \cdot 1}{Z} = \frac{X}{Z}$$

Entonces, el bus recorre

Y kms $\longrightarrow$ $\frac{X}{Z}$ lts

$\Rightarrow$ el rendimiento es

$$\frac{Y}{\frac{X}{Z}} = \frac{Y \cdot Z}{X} \ \text{kms}/\text{lt}$$

con X, Y, Z conocidos, por lo que sí se puede determinar.

C

P4)

Un cuarto de Z = $\frac{1}{4} \cdot Z = \frac{1}{\cancel{4}} \cdot \cancel{4} = 1$

Antecesor de 1 = 0

A

P5

$$\underbrace{\frac{1}{5}}_{\text{Quinta parte}} \cdot 4 - \underbrace{\frac{1}{2}}_{\text{mitad}} \cdot \underbrace{1}_{\text{unidad}}$$

$$= \frac{4}{5} - \frac{1}{2} = \frac{4 \cdot 2}{5 \cdot 2} - \frac{1 \cdot 5}{2 \cdot 5}$$

$$= \frac{8}{10} - \frac{5}{10} = \frac{3}{10}$$ D

P6

x kgs $\longrightarrow$ \$ y

$\frac{3}{4}$ kgs $\longrightarrow$ \$ p $\longrightarrow$ incógnita

$$\Rightarrow \quad p = \frac{\frac{3}{4} \cdot y}{x} = \frac{3y}{4x}$$ E

P7)

Le regala a su:

→ Hermana: $\frac{1}{\cancel{4}} \cdot \cancel{20}^{5} = 5$

→ Mejor Amigo: $\frac{2}{\cancel{5}} \cdot \cancel{20}^{4} = 8$

⇒ le quedan $20 - 5 - 8 = 20 - 13 = 7$

c

P8) 5 botellas de litro y medio

$= 1,5$ lts

En total tiene $5 \cdot 1,5 = \cancel{5} \cdot \frac{15}{\cancel{10}_{2}}$

$= \frac{15}{2}$ lts

¿ Cuántas botellas de medio litro $= 0,5$ lts

son necesarias para tener $\frac{15}{2}$ lts ?

$0,5 \cdot x = \frac{15}{2}$

$$\Rightarrow \quad \frac{5}{10}x = \frac{15}{2}$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{\overset{2}{\cancel{10}} \cdot 15}{\cancel{5} \cdot \cancel{2}} = 15 \text{ botellas}$$

B

P9

$$4 \cdot \frac{1}{16} = \frac{\overset{1}{\cancel{4}}}{\cancel{16}\,4} = \frac{1}{4}$$

cuádruple

B

P10

decenas: $x \rightsquigarrow 10x$

unidades: $y \rightsquigarrow y$

Entonces, el número es $10x+y$

$$\Rightarrow \quad 3(\overbrace{10x+y-1}^{\text{antecesor}})-5$$

$$= 30x+3y-3-5$$

$$= 30x+3y-8$$

C

P11)

i) Dos dígitos son iguales

ii) De los distintos, uno es sucesor del otro

iii) De los distintos, uno es

$\frac{d}{2} + 2$ con d el dígito que se repite.

I) 8687

(i) ✓ los 8 se repiten

(ii) ✓ 6, 7

(iii) ✓ $6 = \frac{8}{2} + 2$

✓

II) 2232

(i) ✗ solo 2 dígitos son iguales, acá hay tres 2.

✗

III) 6654:

(i) ✓ los 6 se repiten

(ii) ✓ 4, 5

(iii) ✓ $5 = \frac{6}{2} + 2$

✓

E

P12)

X lts $\longrightarrow$ 1 min

Y lts $\longrightarrow$ t min

recomendación: mantener unidades

$$\Rightarrow \quad t = \frac{Y \cdot 1}{X} = \frac{Y}{X} \text{ min}$$

Pero las alternativas están en horas!

60 min $\longrightarrow$ 1 hr

$\frac{Y}{X}$ min $\longrightarrow$ H hr

$$\Rightarrow \quad H = \frac{\frac{Y}{X} \cdot 1}{60} = \frac{Y}{60X} \text{ hrs}$$

C

P13)

$$\frac{1}{3} \cdot \frac{1}{4} + \left(-\frac{4}{5}\right)^2$$

tercera parte

$$= \frac{1}{12} + \frac{16}{25}$$

$$= \frac{1 \cdot 25}{12 \cdot 25} + \frac{16 \cdot 12}{25 \cdot 12}$$

$$= \frac{25}{300} + \frac{192}{300} = \frac{217}{300}$$

D

P14) Fábrica tiene 100 máquinas

Cada máquina

10 seg $\longrightarrow$ 1 barra

Entonces, si las 100 trabajan simultáneamente, se obtiene

$$10 \text{ seg} \longrightarrow \underbrace{100 \text{ barras}}_{\text{1 barra por cada máquina}}$$

$$x \text{ seg} \longrightarrow 1000 \text{ barras}$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{10\cancel{0}\cancel{0} \cdot 10}{1\cancel{0}\cancel{0}} = 100 \text{ seg}$$

A

P15

Se divide en 3 partes usando la razón $4:6:10$, entonces los pedazos serán de $4k, 6k, 10k$ con $k>0$

Además, la suma de los pedazos tiene que dar la longitud total

$\Rightarrow \quad 4k + 6k + 10k = 2500$

$\Rightarrow \quad 20k = 2500$

$\Rightarrow \quad k = \dfrac{250\cancel{0}}{2\cancel{0}} = 125$

Entonces, los trozos miden

$4k = 4 \cdot 125 = 500$ cm

$6k = 6 \cdot 125 = 750$ cm

$10k = 10 \cdot 125 = 1250$ cm

C

P16)

a decenas, b unidades, entonces el número es $10a+b$.

Suma de dígitos: $a+b=6$ (i)

3 vueltas de ciclovía de 6 km

$= 18$ km

Entonces, recorre $10a+b+18$ km los cuales nos dicen que es el número ba, que tiene el valor $10b+a$, entonces, la segunda ecuación es

$$10b+a = 10a+b+18$$

$$\Rightarrow \quad 10a+b = 10b+a-18 \quad \text{(ii)}$$

D

P17)

$$\frac{x^2 - \overset{\text{unidad}}{1}}{\underbrace{x+1}_{\text{sucesor}}} = 8 \qquad x+1 \neq 0$$

$\Rightarrow \; x^2 - 1 = 8(x+1)$

$\Rightarrow \; \cancel{(x+1)}(x-1) = 8\cancel{(x+1)}$ / suma por diferencia

$x+1 \neq 0$

$\Rightarrow \; x - 1 = 8 \Rightarrow x = 9$ A

P18)

$$\frac{a}{\frac{1}{d}} = X \Rightarrow a \cdot \frac{d}{1} = X \Rightarrow \boxed{ad = X}$$

cuando es directamente proporcional, la división es una constante, la constante de proporcionalidad

Luego,

$$\boxed{\frac{b}{c} = Y}$$

D

P19

$$A = \frac{4B}{5} + C$$

$$\Rightarrow \quad A^{-1} = \left(\frac{4B}{5} + C\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{4B}{5} + \frac{5C}{5}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{4B+5C}{5}\right)^{-1}$$

$$= \frac{5}{4B+5C}$$

E

P20)

Calculemos cuanto hace 1 persona en 1 hora:

Si 2 personas hacen $450\ m^2$ en 8 hrs

$\Rightarrow$ 1 persona hace $225\ m^2$ en 8 hrs

ya que el trabajo es simultáneo!!

Entonces, si fijamos 1 persona

$225\ m^2 \longrightarrow 8$ hrs

$x\ m^2 \longrightarrow 1$ hr

$$\Rightarrow x = \frac{1 \cdot 225}{8} = \frac{225}{8}$$

Entonces, 1 persona pinta $\frac{225}{8}\ m^2$ en 1 hora.

Como a las 2 personas iniciales se le suman 5, en total tendríamos 7 personas pintando simultáneamente

Luego si 1 persona pinta $\frac{225}{8}$ m^2 en 1 hora

$\Rightarrow$ 7 personas pintan $\frac{225}{8} \cdot 7 = \frac{1575}{8}$ m^2 en 1 hora.

Entonces, para 7 personas, se tiene

$$\frac{1575}{8} \; m^2 \longrightarrow 1 \text{ hora}$$

$$1400 \; m^2 \longrightarrow x \text{ hrs}$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{1400 \cdot 1}{\frac{1575}{8}} = 1400 \cdot \frac{8}{1575}$$

$$= \frac{11200}{1575}$$

$$
\begin{array}{l}
11200 : 1575 = 7{,}11\ldots = 7{,}\overline{1} \\
-11025 \\
\hline
\quad 1750 \\
\; -1575 \\
\hline
\quad 1750
\end{array}
$$

son iguales, por lo que se repetirá infinitamente.

A

P21

M : edad de Manolo

F : edad de Francisca

$M = F - 2$ } dos años menor

$$\underbrace{F - 10 = 2(M - 10)}_{\text{hace 10 años}}$$

$\Rightarrow F - 10 = 2M - 20$

Reemplazando $M = F - 2$ se obtiene

$$F - 10 = 2(F - 2) - 20$$

$\Rightarrow F - 10 = 2F - 4 - 20$

$\Rightarrow F = -10 + 24 = 14$

$\Rightarrow M = F - 2 = 14 - 2 = 12$

Dentro de 8 años Manolo tendrá

$M + 8 = 12 + 8 = 20$ años

D

P22

Número de 3 dígitos

$a \rightarrow$ centenas, $b \rightarrow$ decenas, $c \rightarrow$ unidades

Entonces, el valor del número es

$100a + 10b + c$ } esto hay que determinar

Solo (1):

$b + c = \frac{a}{2} \Rightarrow a = 2b + 2c$

813, 822 cumplen esta ecuación, por lo tanto, no se puede determinar.

Solo (2): $a = 6$

645, 682 cumplen con la información

$\Rightarrow$ no se puede

Ambas juntas:

612, 621 cumplen con ambas informaciones $\Rightarrow$ no se puede

E

P23

(i) $3(a+1) = 27$

(ii) $b = \frac{a^2}{4}$

De (i) se obtiene

$$a + 1 = \frac{27}{3} = 9 \implies a = 8$$

Reemplazando en (ii) se tiene

$$b = \frac{8^2}{4} = \frac{64}{4} = 16$$

B

P24

Un día tiene 24 horas

Tiempo despierta $= 24 - 8 = 16$ horas

Tiempo de estudio $= \frac{1}{4} \cdot 16 = 4$ horas

Una semana tiene 7 días

$\implies$ tiempo total de estudio $= 7 \cdot 4 = 28$ horas

D

P25)

M_1 demora 5 horas

M_2 demora 4 horas

Veamos cuanto llena cada manguera en 1 hora.

M_1: 5 hrs $\longrightarrow 100\ m^2$

1 hrs $\longrightarrow x\ m^2$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{1 \cdot 100}{5} = 20\ m^2$$

M_2: 4 hrs $\longrightarrow 100\ m^2$

1 hr $\longrightarrow y\ m^2$

$$\Rightarrow \quad y = \frac{1 \cdot 100}{4} = 25\ m^2$$

Entonces, queremos saber el número h de horas que demoran los 2 en llenar la piscina, por lo que se plantea la siguiente ecuación:

$$\underbrace{20\cdot h}_{\text{lo que llena la manguera 1}} + \underbrace{25\cdot h}_{\text{lo que llena la manguera 2}} = 100$$

$$\Rightarrow \quad h\,(20+25) = 100$$

$$\Rightarrow \quad h = \frac{100}{45}$$

$$100 : 45 = 2{,}22\ldots = 2{,}\overline{2}$$

$$\begin{array}{r} 100 \\ -\ 90 \\ \hline 100 \\ -\ 90 \\ \hline 10 \end{array}$$

→ se repite

Truncando a la décima se obtiene 2,2 hrs

D

P26

L lts en botellas de b lts, entonces el total de botellas es $\frac{L}{b}$

b divisor de L $\Rightarrow \frac{L}{b}$ es un entero

Como parte en su casa, se demora $T_r + T_i$ minutos en ir a buscar una botella y traerla a su casa

Entonces, demora

$\frac{L}{b}(T_r + T_i)$ minutos en total

Para pasar de min $\rightarrow$ hr hay que dividir por 60

$\Rightarrow \frac{1}{60} \cdot \frac{L}{b}(T_r + T_i)$ hrs

D

P27

1 lt $\longrightarrow$ \$300

x lts $\longrightarrow$ \$48000

$\Rightarrow \quad x = \dfrac{480\cancel{0}\cancel{0}\cdot 1}{3\cancel{0}\cancel{0}} = 160$ lts

Como cada globo es de 1 lt

$\Rightarrow$ se necesitan 160 globos

Ahora, para la segunda pregunta

500 cc = 0,5 lts. Entonces,

$0{,}5$ lts $\longrightarrow$ \$300

x lts $\longrightarrow$ \$48000

$$\Rightarrow \quad x = \frac{480\cancel{0}\cancel{0}\cdot 0{,}5}{3\cancel{0}\cancel{0}}$$

$$= \frac{240}{3} = 80$$

$\Rightarrow$ se necesitan 80 globos

C

P28

$x - 2\sqrt{x} = 8$

Sea $u = \sqrt{x}$. Entonces, al hacer el reemplazo en la ecuación anterior, se obtiene $\quad u = \sqrt{x}$, $u^2 = (\sqrt{x})^2 = x$

$u^2 - 2u = 8$

$\Rightarrow u^2 - 2u - 8 = 0$

$\Rightarrow (u-4)(u+2) = 0$

Entonces u puede ser 4 o -2, pero $u = \sqrt{x}$, y la raíz cuadrada nunca es negativa

$\Rightarrow u = 4$

$\Rightarrow \sqrt{x} = 4 \Rightarrow x = 16$

Luego, nos piden el cuadrado del número

$\Rightarrow x^2 = 16^2 = 256$ E

P29

m: unidades de mil

c: centenas

d: decenas

u: unidades

Nos dicen que

$$m + c + d + u = 20 \quad (i)$$

Además,

$$d = u + 7 \implies \boxed{u = d - 7}$$

$$\boxed{m = \frac{1}{2} \cdot (d - 1)}$$

Haciendo el reemplazo en (i) se obtiene

$$\frac{1}{2}(d-1) + c + d + d - 7 = 20 \quad / \cdot 2$$

$$\implies d - 1 + 2c + 2d + 2d - 14 = 40$$

$$\implies 5d + 2c - 15 = 40$$

$$\implies 2c = 55 - 5d \implies c = \frac{55 - 5d}{2}$$

B

P30)

Para A se tiene:

d días $\longrightarrow$ I (instalación)

Entonces en 1 día hace $\frac{I}{d}$ de la instalación

Para B se tiene:

$d+15$ días $\longrightarrow$ I

$\Rightarrow$ en 1 día hace $\frac{I}{d+15}$ de la instalación

Luego, si trabajan ambos juntos, podemos despejar la incógnita de días que demoran en hacer la instalación

$$\frac{\cancel{I}}{d}\cdot x + \frac{\cancel{I}}{d+15}\cdot x = \cancel{I}$$

$$\Rightarrow x\left(\frac{1}{d}+\frac{1}{d+15}\right) = 1$$

$$\Rightarrow \quad x\left(\frac{d+15+d}{d(d+15)}\right) = 1$$

$$\Rightarrow \quad x = \frac{d^2+15d}{2d+15}$$

y sabemos que $x = 10$ por enunciado

$$\Rightarrow \quad 10 = \frac{d^2+15d}{2d+15}$$

$$\Rightarrow \quad d^2+15d = 10(2d+15)$$

$$\Rightarrow \quad d^2+15d = 20d+150$$

$$\Rightarrow \quad d^2 - 5d - 150 = 0$$

$$\Rightarrow \quad (d-15)(d+10) = 0$$

$\Rightarrow$ $d = 15$ o $d = -10$, pero como d es cantidad de días $d = 15$. Luego, la suma de los días por separado es

$d + (d+15) = 2d+15 = 45$ C